CONCURSUL REGIOANAL DE MATEMATICĂ

„MAGICIENII NUMERELOR ”

01.04.2023

Clasa a VII-a

NOTĂ. La **subiectul I** fiecare exerciţiu are un singur răspuns corect . La **subiectul II** se scrie numai răspunsul fiecărui exerciţiu. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.)

5 p 1. Câte numere iraționale sunt în mulțimea $A = \{\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{225}\}$?
a) 209 b) 210 c) 225 d)226

5p 2. Aria unui pătrat care are diagonala egală cu 6 cm este:
a) $36\ cm^2$ b) $18\ cm^2$ c) $12\ cm^2$ d) $24\ cm^2$

5p 3. Dacă $\sqrt{\overline{abc}} = 29$, atunci a + b + c este egal cu:
a) 11 b) 15 c) 17 d) 13

5p 4. Suma lungimilor diagonalelor unui dreptunghi $ABCD$, $AC \cap BD = \{O\}$, care are $\sphericalangle BOA = 60°$ și $AB = 12\ cm$ este egală cu:
a) $36cm$ b) $24cm$ c) $12cm$ d) $48cm$

5p 5. Pe cercul de centru O și rază 12 cm se consideră punctele A și B astfel încât $\sphericalangle AOB = 75°$. Lungimea arcului AB este egală cu :
a) $5\pi\ cm$ b) $5\ cm$ c) $12cm$ d) $12\ \pi cm$

5p 6. Dacă $a = |\sqrt{5} - \sqrt{3}|$ și $b = |2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}|$ atunci $3a + b$ este egal cu:
a) $\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{5}$ c) $\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

SUBIECTUL II (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător.)

3 p 1) Determinați suma soluțiilor ecuației $|2 - |x + 1|| = 2$.

3p 2) Se consideră ΔABC, punctele $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$, astfel încât $MN \parallel BC$. Dacă $BC = 12\ cm$ și $MN = 3\ cm$, calculați $\frac{A_{\Delta ABC}}{A_{\Delta AMN}}$.

3p 3) Calculați media geometrică a numerelor $a = \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}$ și $b = \sqrt{7 - 3\sqrt{5}}$.

3p 4) În ΔABC dreptunghic, $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle C = 15°$, iar mediana $AM = 12\ cm$, $M \in (BC)$. Calculați aria ΔABC.

3p 5) Determinați numărul prim $\overline{ab}$, dacă $\left[\sqrt{\overline{ab}}\right] = 6$ și $a + b = 5$, unde am notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x.

3p 6) Determinați soluția reală a ecuației $\frac{x+1}{2023} + \frac{x+2}{2024} = \frac{x-2021}{1} + \frac{x-2020}{2}$.

3p 7) În paralelogramul $ABCD$, $\sphericalangle A > 90°$, I este centrul cercului înscris în ΔABC și $\sphericalangle AIC = 115°$. Calculați măsura $\sphericalangle DAB$.

3p 8) Aflați partea întreagă a numărului $a = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{10}+\sqrt{14}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$.

3p 9) Calculați aria unui trapez isoscel ortodiagonal, carea are bazele $8cm$, respectiv $12\ cm$.

3p 10) Fie pătratul $ABCD$ de latură $AB = 16cm$, $M \in (AB)$, astfel încât $AM = MB$ și AC ∩BD = {O}. Determinați aria ΔDMO.

SUBIECTUL III (15 p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă .)

Se consideră numerele $x = \sqrt{a+\sqrt{b}}$ și $y = \sqrt{b+\sqrt{a}}$, unde a și b sunt numere naturale nenule.

4p a) Determinați cea mai mică valoare a lui x.
4p b) Determinați două valori pentru a și b astfel încât $x = 49$.
4p c) Pentru $a = 7$ și $b = 48$, calculați $x^3 + \frac{1}{x^3}$.
3p d) Arătați că $x + y \leq \frac{6+3a+3b}{4}$ oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV (15 p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă .)

Se consideră trapezul dreptunghic ABCD, $AB \parallel CD, \sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^0$, $AC \perp BD$, $AB = 64\ cm$, $CD = 36cm$ și $AC \cap BD = \{O\}$.

4p a) Arătați că $AD^2 = AB \cdot CD$
4p b) Determinați lungimile segmentelor AO și CO.
4p c) Știind că dreapta AC intersectează cercul $C(Q, r)$ circumscris triunghiului ΔABD în P, arătați că DA=DP.
3p d) Aflați aria triunghiului ΔBCP.