



CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ

„MAGICIENII NUMERELOR ”

01.04.2023

Clasa a VIII-a

NOTĂ. La **subiectul I** fiecare exercițiu are un singur răspuns corect . La **subiectul II** se scrie numai răspunsul fiecărui exercițiu. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.)

- 5 p 1. Numărul $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$ aparține intervalului:
- a) $(0; 0,5)$ b) $(1; 15)$ c) $[\frac{1}{2}; 0,9]$ d) $[-\frac{1}{2}; 0)$.
- 5p 2. Se dă cubul $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului format de dreptele $D'O$ și BC' , unde $AC \cap BD = \{O\}$ este egală cu:
- a) 30° b) 45° c) 90° d) 0°
- 5p 3. Simplificând fracția $\frac{x^2+7x}{x^2+14x+49}$ obținem:
- a) $\frac{x}{2x+7}$ b) $\frac{x}{x+7}$ c) $\frac{1}{2x+7}$ d) $\frac{1}{7}$
- 5p 4. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 12 \text{ cm}$ și $CC' = 13 \text{ cm}$. Măsura unghiului format de diagonala paralelipipedului cu planul bazei este egală cu:
- a) 90° b) 60° c) 30° d) 45°
- 5p 5. Intersecția intervalelor $(-\infty, 8\sqrt{2}]$ și $[5\sqrt{5}, +\infty)$ este mulțimea:
- a) \emptyset b) $[8\sqrt{2}; 5\sqrt{5})$ c) $(5\sqrt{5}; 8\sqrt{2})$ d) $[5\sqrt{5}; 8\sqrt{2}]$
- 5p 6. Un cub a fost tăiat în 125 de cubulețe identice cu muchia de 1 cm. Aria totală a cubului mare este egală cu:
- a) 250 cm^2 b) 750 cm^2 c) 125 cm^2 d) 150 cm^2 .

SUBIECTUL II (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător.)

- 3 p 1. Fie expresia $E(x) = x^2 + 12x + 40$, $x \in \mathbb{R}$. Determinați valoarea minimă a expresiei.
- 3p 2. În tetraedrul regulat $ABCD$, $AB = 6 \text{ cm}$, se consideră punctul M , mijlocul muchiei BC . Calculați măsura unghiului dintre planele (DAM) și (DBO) , unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC .
- 3p 3. Fie $x, y \in \mathbb{Q}$ pentru care numărul
- $$a = \sqrt{(2\sqrt{12} - \sqrt{50})^2 \cdot x + \sqrt{(6\sqrt{3} - 7\sqrt{2})^2 \cdot y - \sqrt{(2\sqrt{48} - \sqrt{162})^2} + 5 + 2\sqrt{2}}$$
- 3p este rațional. Calculați $x + y$.
- 3p 4. O furnică se plimbă pe suprafața unei prisme patrulateră regulată cu latura bazei de 8 cm și înălțimea de 10 cm, pornind din vârful A până în vârful D' . Determinați lungimea celui mai scurt drum.
- 3p 5. Graficul funcției liniare $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ conține punctul $A(0, -1)$. Știind că funcția intersectează axa absciselor într-un punct de coordonate nenegative și formează cu axa ordonatelor un unghi cu măsura de 45° , determinați funcția f .
- 3p 6. Fie a și b două numere reale pozitive, astfel încât $a > b$, $a + b = 22$ și $a \cdot b = 112$. Determinați numerele.
- 3p 7. Un robinet poate umple un bazin în formă de cub cu latura egală cu 6 m în 18 ore. În cât timp poate umple același robinet un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 3m, 4m și 5m.
- 3p 8. Se consideră funcția liniară $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care verifică relația $f(x - 3) = 2x - 4 - f(2)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Determinați funcția f .



- 3p 9. Se consideră prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, cu $AB = 12 \text{ cm}$ și $AA' = 8 \text{ cm}$. Punctul H este ortocentrul $\triangle ABC$. La ce distanță se află punctul H față de dreapta $A'B'$.
10. Prețul unui bilet la operă a crescut cu 40%, dar încasările au crescut numai cu 26%. Aflați cu ce procent a scăzut numărul spectatorilor în urma scumpirii biletelor.

SUBIECTUL III (15 p)

4p (Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă.)

4p Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = [x]$, unde $[a]$ este partea întreagă a numărului real a .

- 4p a) Rezolvați ecuația în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x + 5) = 8$.
- 3p b) Determinați valorile lui x pentru care este verificată egalitatea $2f(x - 1) + 11 = 5x$.
- c) Determinați valorile naturale a lui n pentru care este adevărată relația:

$$f(\sqrt{1 \cdot 2}) + f(\sqrt{2 \cdot 3}) + f(\sqrt{3 \cdot 4}) + \dots + f(\sqrt{n(n+1)}) = 231$$

- d) Rezolvați ecuația: $f(xf(x)) = 1$

SUBIECTUL IV (15 p)

4p (Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă.)

4p Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$, în care distanța de la B la planul (CDA') este $3\sqrt{2}$ cm.

- 4p a) Determinați lungimea laturii cubului.
- 3p b) Calculați valoare raportului dintre aria $\triangle A'CD$ și aria triunghiului $\triangle B'AC$.
- c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele BC' și DB' .
- d) Determinați distanța dintre dreptele BC' și DB' .